

Самостоятельная работа: Производная №5

Определение производной.

Впр. 1. Пусть функция $y = f(x)$ определена в точке x и в некоторой ее окрестности. Возьмем аргументу x приращение Δx , такое, чтобы не выйти из указанной окрестности. Найдем соответствующее приращение функции Δy и составим отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Если существует предел этого отношения при $\Delta x \rightarrow 0$, то указанный предел называют производной функции $y = f(x)$ в точке x и обозначают $f'(x)$. $\Rightarrow \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x)$

Замечание: $y = f(x)$ — это новая функция, связанная с функцией $y = f(x)$, определенная во всех таких точках x , в которых существует указанный предел.

Физический смысл: Если $s(t)$ закон прямолинейного движения тела, то производная выражает мгновенную скорость в момент времени t : $v = s'(t)$.

Геометрический смысл: Если к графику функции $y = f(x)$ в точке с $x = a$ можно провести касательную, непараллельную оси y , то $f'(a)$ выражает угловой коэф. касательной $k = f'(a) \Rightarrow k = \tan \alpha \Rightarrow f'(a) = \tan \alpha$.

Алгоритм отыскания производной

1. Зафиксировать значение x , найти $f(x)$.
2. Дать аргументу x приращение Δx , перейти в новую точку $x + \Delta x$, найти $f(x + \Delta x)$.
3. Найти приращение функции: $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$.
4. Составить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.
5. Вычислить предел $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$. Этот предел и есть $f'(x)$.

Пример: Найти $y' = (c)'$.

Решение: 1) $y = f(x) = c$; 2) в точке $x + \Delta x$ имеем $f(x + \Delta x) = c$
3) $\Delta y = c - c = 0$ 4) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0}{\Delta x} = 0$ 5) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 0 = 0$

Ответ: $(c)' = 0$

Если функция $y = f(x)$ имеет производную в точке x , то ее называют дифференцируемой в точке x .

Процедуру отыскания производной функции $y = f(x)$ называют дифференцированием функции $y = f(x)$.

Формулы:

- | | | | |
|--------------------|--------------------------------------|--|---------------------------------------|
| 1. $c' = 0$ | 4. $(x^2)' = 2x$ | 6. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ | 9. $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ |
| 2. $x' = 1$ | 5. $(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$ | 7. $(\sin x)' = \cos x$ | 10. $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ |
| 3. $(kx + m)' = k$ | 8. $(\cos x)' = -\sin x$ | 11. $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ | |
- Примеры: а) $y = x^2$ 2) $y = 5$ 3) $y = \sin x$
 б) $y = \frac{1}{x}$ 4) $y = 700$ 5) $y = \tan x$
 в) $y = \sqrt{x}$ 6) $y = 300$ 7) $y = \cot x$

Образец: Найти значение производной данной функции в данной точке: $y = 3x + 5$ в т. $x = 4$

1. Найдем производную $y' = (3x + 5)' = 3$ (по формуле 3).
2. Далее подставим в найденную формулу y' точку 4 $f'(4) = 3$ (т.к. неизвестное отсутствует).

Задание 1. Найти производную:

- | | | |
|-------------------|--------------------|---------------------|
| 1. $y = 3x + 7$ | 3. $y = 7x + 1000$ | 5. $y = 8x + 1500$ |
| 2. $y = 5x + 100$ | 4. $y = 17x + 5$ | 6. $y = 9x + 10000$ |
| | | 7. $y = 500x + 500$ |